3.1

略

3.2

在市场需求为高时，企业 1 的最优策略为：

$\max(a_H - q_{1H} - q_2 - c) \times q_{1H}$ ---------- （1）

推出 $q_{1H} = \frac{a_H - q_2 - c}{2}$ ---------- （2）

在市场需求为低时，企业 1 的最优策略为：

$\max(a_L - q_{1L} - q_2 - c) \times q_{1L}$ ---------- （3）

推出 $q_{1L} = \frac{a_L - q_2 - c}{2}$ ---------- （4）

企业 2 的最优策略为：

$\max\{q(a_H - q_{1H} - q_2 - c) \times q_2 + (1-q)(a_L - q_{1L} - q_2 - c) \times q_2\}$ ---------- （5）

由一阶条件的得：

$q_2^* = \frac{q(a_H - q_{1H}) + (1-q)(a_L - q_{1L}) - c}{2}$ ---------- （6）

（6）与（2），（4）联立：

$q_{1H}^* = \frac{(3-q)a_H - (1-q)a_L - 2c}{6}$

$q_{1L}^* = \frac{(2+q)a_L - q a_H - 2c}{6}$

$q_2^* = \frac{q a_H + (1-q)a_L - c}{3}$

结论：企业 1 战略 (q_{1H}^*, q_{1L}^*)，企业 2 战略 q_2^* 为贝叶斯纳什均衡。

3.3

行动空间：[0，a）

类型：$\{b_H, b_L\}$

推断：$P(b_H / b_L) = q, P(b_L / b_L) = 1-q$

$P(b_H / b_H) = q, P(b_L / b_H) = 1-q$

效用函数： 企业 i

$\max\{q(p_i - c)(a - p_i - b_H p_{jH}) + (1-q)(p_i - c)(a - p_i - b_H p_{jL})$

$\max\{q(p_i - c)(a - p_i - b_L p_{jH}) + (1-q)(p_i - c)(a - p_i - b_L p_{jL})$

企业 j

$\max\{q(p_j - c)(a - p_j - b_H p_{iH}) + (1-q)(p_j - c)(a - p_j - b_H p_{iL})$

$\max\{q(p_j - c)(a - p_j - b_L p_{iH}) + (1-q)(p_j - c)(a - p_j - b_L p_{iL})$

求解一阶条件

VISIT…

得 $p_{jH}^{*}=p_{iH}^{*}=\frac{a}{2}\times\frac{2+(1-q)(b_L-b_H)}{2+qb_H+(1-q)b_L}$

3.4

（1） （B，L）

（2） 参与者 1 在左边博弈时选 T，右边博弈时选 B;

如果参与者推断自然选择左边博弈的概率>2/3，参与者 2 选 L

如果参与者推断自然选择左边博弈的概率=2/3，参与者 2 选 L 和选 R 无差异

如果参与者推断自然选择左边博弈的概率<2/3，参与者 2 选 R

（3） 参与者 1 以相等的概率选 T 或选 B;

如果参与者推断自然选择左边博弈的概率>2/3，参与者 2 选 L

如果参与者推断自然选择左边博弈的概率=2/3，参与者 2 选 L 和选 R 无差异

如果参与者推断自然选择左边博弈的概率<2/3，参与者 2 选 R

（4） 自然选择左边博弈时，参与者 1 选 T，参与者 2 选 L;

自然选择右边博弈时，参与者 1 选 B，参与者 2 选 R;

3.5

假设参与者 1 的私人信息为 t_c，参与者 2 的私人信息为 t_p。$t_c,t_p\in(0,x)$

	正面	反面
正面	$1+t_c$, -1	-1, $1+t_p$
反面	-1, 1	1, -1

当 $t_c>c$ 时，参与者 1 选正面；当 $t_p>p$ 时，参与者 2 选择反面

因此，参与者 1 选择正面的概率为 $\frac{x-c}{x}$，选背面的概率为 $\frac{c}{x}$；

参与者 2 选择正面的概率为 $\frac{p}{x}$，选背面的概率为 $\frac{x-p}{x}$。

对于参与者 1，若选正面的收益大于选择反面，则：

$(1+t_c)\times\frac{x-p}{x}-\frac{p}{x}>(-1)\times\frac{x-p}{x}+\frac{p}{x}$ =〉 $t_c>\frac{2p}{x-p}-2=c$ ----------(1)

对于参与者 2，若选反面的收益大于选择正面，则：

$(1+t_p)\times\frac{x-c}{x}-\frac{c}{x}>(-1)\times\frac{x-c}{x}+\frac{c}{x}$ =〉 $t_p>\frac{2c}{x-c}-2=p$ ----------(2)

(1) 与（2）联立，

$c=p$ 带入（1）

$$2c-2x+2c=cx-c^2$$

$$c^2+(4-x)c-2x=0$$

$$c=\frac{-4+x+\sqrt{16+x^2}}{2}$$

$$\frac{x-c}{x}=\frac{2x+4-x-\sqrt{16+x^2}}{2x}=\frac{1}{2}+\frac{4-\sqrt{16+x^2}}{2x}$$

$$\text{其中},\frac{4-\sqrt{16+x^2}}{2x}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{\frac{4+\sqrt{16+x^2}}{x}}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{\frac{4}{x}+\sqrt{\frac{16}{x^2}+1}}$$

$$x\to 0,\frac{4}{x}+\sqrt{\frac{16}{x^2}+1}\to\infty,\frac{4-\sqrt{16+x^2}}{2x}\to 0$$

$$\therefore\frac{x-c}{x}\to\frac{1}{2}$$

$$\because p=c,\therefore x\to 0,\frac{x-p}{x}\to\frac{1}{2}$$

3.6

由于 Game 中各方地位对称，取第 i 个人进行分析

假设其他所有人的策略都是$b_j=\frac{v_j(n-1)}{n},\forall j\neq i$

则对于第 i 个人，效用最大化：

$$\max\{(v_i-b_i)\times\Pr(b_i>b_1)\times\ldots\times\Pr(b_i>b_{i-1})\times\Pr(bi>b_{i+1})\ldots\times\Pr(bi>b_n)\}$$

$$\forall j\neq i,b_i>b_j=\frac{n}{n-1}v_j\Rightarrow v_j<\frac{b_i(n-1)}{n}$$

$\because v_j$服从[0,1]上的均匀分布

$$\therefore\Pr(b_i>b_j)=\frac{b_i(n-1)}{n}$$

$$\max\{(v_i-b_i)\times\Pr(b_i>b_1)\times\ldots\times\Pr(b_i>b_{i-1})\times\Pr(bi>b_{i+1})\ldots\times\Pr(bi>b_n)\}$$

$$=\max\{(v_i-b_i)\times[\frac{b_i(n-1)}{n}]^{n-1}\}$$

一阶条件: $(v_in-b_in-v_i)\times b_i^{n-2}\times[\frac{(n-1)}{n}]^{n-1}=0$

二阶条件：$[\frac{(n-1)}{n}]^{n-1}[-b_i^{n-2}+(v_in-b_in-v_i)\times(n-2)\times b_i^{n-3}<0$

解得：$b_i*=\frac{v_i(n-1)}{n}$

由于每个人的地位都是相同的，在其他人都选择$b_i*=\frac{v_i(n-1)}{n}$，

每个人都不愿离开该策略

因此，每个人都选择该策略时，达到贝叶斯纳什均衡策略